Ülesanded.

1. Kui kaugel on Astronoomiaolümpiaadi toimumiskoht (geograafilised koordinaadid 43°10’18’’ põhjalaiust, 76°52’57’’ idapikkust) Tallinna Reaalkoolist (geograafilised koordinaadid 59°26’02’’ põhjalaiust, 24°44’57’’ idapikkust)? Kui palju mõjutab tulemust asjaolu, et Reaalkool asub 22 m kõrgusel merepinnast, Almatõ tervisekeskus Bobek aga ühe kilomeetri kõrgusel?

2. Indias on üle poole miljardi televaataja. Nende jaoks on üles lastud geostatsionaarne sidesatelliit, mis tiirleb ümber Maa nii, et tema tiirlemisperiood on võrdne Maa pöörlemisperioodiga Pöörleva Maa suhtes asub satelliit seetõttu paigal Maa ekvaatori kohal India keskmisel pikkuskraadil (77° idapikkust). Kas selle satelliidi signaali on võimalik vastu võtta Reaalkooli katusel asuva paraboolantenni abil? Kui jah, siis kuhu (asimuut, kõrgus) tuleb antenn suunata?

3. Millal ja kui kõrgel kulmineerub Andromeeda Udukogu (M31) Almatõ’s XVI olümpiaadi vaatlusvooru ajal (ööl vastu 26.septembrit)? Vastus anda maailmaajas, kohalikus keskmises päikeseajas ja täheajas. M31 ekvaatorilised koordinaadid on $\alpha = 0h43m$; $\delta = +41°17'$.

Juhis. Ülesandeid lahendama asudes

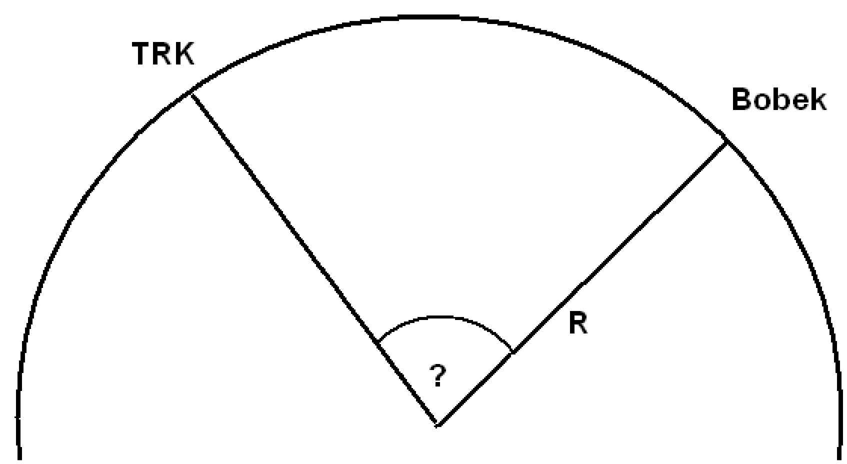
a) lugege tekst hoolega läbi – et mida ja mis kujul küsitakse
b) mõelge, kas olete seda tüüpi ülesandeid varem lahendanud
c) hinnake lahendamiseks vajalikku aega

Aega on alati vähe. Seepärast vaadake hoolega, kas antud ülesandel on ka kiirem, olgu või ligikaudne lahendamise võimalus. Pange kirja, mida ja kuidas lahendate ning andke esialgne hinnang. Seejärel (kui kõigil ülesannetel on hinnanguline lahendus kirjas, asuge täpsemate lahenduste kallale. Tõenäoliselt saab selle töö juures aeg otsa. Kui ei saa, kontrollige ja täpsustage lahendusi kuni viimase võimaluseni.

Siinsete „koduülesannetega“ on aega küll. Sellegipoolest püüdke need etapid läbi teha. Ja nüüd vihjed:

1. Maa on kera ja kaugusi mõõdetakse piki kera pinda; need kaugused ei ole mitte lõigu, vaid kaare pikkused. Kera korral ringjoone kaared. Veel täpsemalt: suurringi kaared. Neid saab leida, kui korrutada kesknurk Maa raadiusega

Nagu näete, taandub asi nurga leidmisele. Mõelge välja.



2. Geostatsionaarse orbiidi kõrgus h_{sp} tuleb leida võrranditest

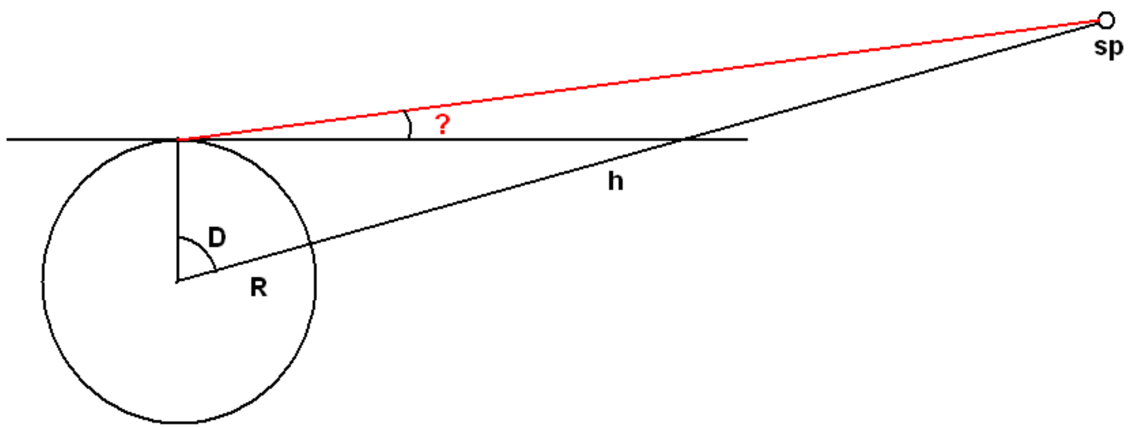
$$F_{\mathrm{kt}} = \frac{mv^2}{(R_\oplus + h_{\mathrm{sat}})} = \frac{GmM_\oplus}{(R_\oplus + h_{\mathrm{sat}})^2} = F_{\mathrm{gr}}$$

(kesktõmbejõud =gravitatsioonijõud) ja

$$T = \frac{2\pi R}{v}$$

(periood = orbiidi pikkus / kiirus)

Nüüd võime teha joonise. Nurk D on sama asi, mida küsiti eelmises ülesandes. Küsimärgiga nurk on satelliidi kõrgus horisondist. Kuidas seda leida? Ja mida teha asimuudiga? Võtke gloobus ja mõtelge!



3. Kulminatsioonikõrguse leidmine on nende kolme ülesande kõige lihtsam küsimus. See tehkegi kõigepealt. Täheaeg on kuidagi seotud otsetõusuga…Keskmine päikeseaeg..? sellest saab vist kuidagi maailmaaja… Ja siis maailmaaja.

Valmistuge 8. juulil neile küsimustele vastama.

Lahendustest.

1. Kõige lihtsam on kolmas ülesanne. Siin piisab kõrguse valemist:

$$h = 90^\circ - \varphi + \delta = 88^\circ.$$

ja oskusest täheaega teisendada. Kerged punktid tuleb kohe ära võtta. Aga kas nad ikka on kerged? Lugege veel kord ülesannet ja mõelge, mida küsiti!

2. Kolmas ülesanne on kõige raskem. Nii teise kui kolmanda lahendamine nõuab sfäärilist trigonomeetriat või vektorarvutust. Kumbagi meie koolis ei õpita. Mis ei tähenda, et seal miskit ülearu keerulist oleks.

Kera pinna asuvate punktide – olgu need siis kas linnad Maakeral või tähed taevasfääril – vaheliste kauguste leidmiseks tuleb kasutada **sfäärilist geomeetriat.** Alati püüame taandada ülesande kolmnurkade lahendamisele; see meetod kannab nime sfääriline trigonomeetria.

Kes koolis (või mujal) tavalist trigonomeetriat õppinud, neil tuleb meeles pidada kaht olulist erinevust:

1) **Kolmnurga külgedeks ei ole mitte suvalised jooned, vaid suurringi kaared. See tähendab, et tippusid A ja B ühendav kaar on osa ringjoonest, mille keskpunkt langeb ühte sfääri keskpunktiga. Meie ülesandes on tegu geograafiliste koordinaatidega – kui meridiaanid sobivad suurepäraselt, siis paralleelid ei sobi üldse, kuivõrd nende keskpunktid asuvad küll maakera teljel, mitte aga selle tsentris. Erandiks on ekvaator.**
2) **Kolmnurga sisenurkade summa ei ole 180 kraadi. Ta on sellest alati suurem, mitte kunagi aga väiksem. Seega ei saa me kolmnurga lahendamisel leida selle kolmandat nurka kahe teadaoleva kaudu.**

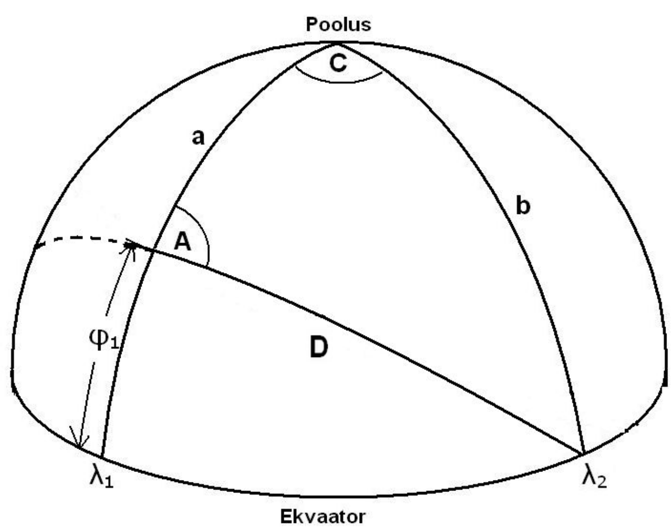
Sfäärilises (nagu tavaliseski) trigonomeetrias on hulganisti valemeid. Muidugi võib nad kõik pähe õppida, aga astronoomias tuleb vabalt toime kahe valemiga:
Sfäärilise trigonomeetria siinuslause näeb välja täpselt nagu tavatrigonomeetrias:

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c},$$

kus suured tähed tähistavad kolmnurga sisenurki (nende summa ei ole 180 kraadi!) ja väikesed tähed kolmnurga külgi (samuti nurgamõõdus, need on külgedeks olevatele kaartele vastavad kesknurgad!).
Koosinuslause on aga tavatrigo omast sootuks erinev:

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin c \cos C.$$

Alustame teisest ülesandest, see on lihtsam – kuivõrd kolmnurga üks tipp asub ekvaatoril. Selgitaval joonisel tuleb kõigepealt leida nurk D. Ehitame kolmnurga, mille tippudeks on põhjapoolus, Tallinn (φ_1, λ_1) ja punkt ekvaatoril, mille kohal seisab satelliit (φ=0, λ_2)



Otsitava kaare D leiame koosinuslausest; kuna kolmnurga üks külgedest (b) on 90°, saab see lihtsama kuju:

$$\cos D = \cos a \cos(90°) + \sin a \sin(90°) \cos C = \sin a \cos C,$$

nurk C on kolmnurga tippude laiuskraadide vahe:

$$C = \lambda_2 - \lambda_1 = 77° - 24°, 75 = 52°, 25$$

Pannes selle koosinuslausesse, leiame D = 72°.

Küsitud nurkade – satelliidi kõrguse h ja vaatesuuna asimuudi A leidmiseks tuleb kasutada siinuslauset. Nagu eespool öeldud, on see samasugune nii sfäärilise kui tasapinnalise kolmnurga jaoks. Kõrguse leiamegi tasapinnalisest kolmnurgast, mille tippudeks on Maa keskpunkt, vaatleja ja satelliit. Kui kolmnurk OVS on nürinurkne, asub satelliit horisondist kõrgemal; kui nürinurkne, siis madalamal (pole antud punktist nähtav). Siinus seda paraku ei näita, kuna $\sin\alpha = \sin(180° - \alpha)$.

Kõigepealt leiame koosinuslausest satelliidi kauguse vaatlejast:

$$d^2 = R_\oplus^2 + (R_\oplus + h_{\mathrm{sat}})^2 - 2R_\oplus h_{\mathrm{sat}} \cos D,$$

seejärel võiksime siinuslausest kohe nurga OVS:

$$\frac{\sin(OVS)}{R_\oplus + h} = \frac{\sin D}{d} \quad \Rightarrow \quad \sin(OVS) = \frac{(R_\oplus + h) \cdot \sin D}{d}.$$

Tulemuseks (antud ülesande andmetega) on 0,987 , millest arkussiinus on 80,8 kraadi. Aga sama siinuse saame ka nurga 91°,2 korral… Kumba eelistada?

Õnneks on meie kolmnurk tasapinnaline ja võime kasutada sisenurkade summa reeglit.
Arvutame siinuslausega hoopis nurga VSO;

$$\sin(VSO) = \frac{R_{\oplus} \cdot \sin D}{d},$$

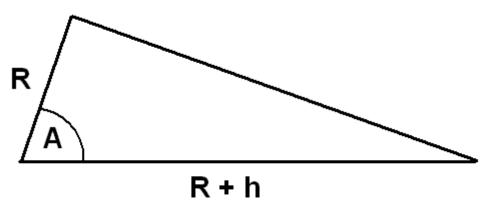
annab selle nurga väärtuseks 8,6 kraadi. Otsitav nurk OVS on nüüd 180° - 72° - 8°,6 = 99°,4 .
Seega asub satelliit horisondi kohal, 9 kraadi kõrgusel, asimuudi A leiame sfäärilise siinuslausega

$$\frac{\sin A}{(\sin b) = 1} = \frac{\sin a}{\sin c},$$

millest A on kas 57 või 123 kraadi.. Seekord on otsust teha lihtsam, kuna teame, et punkt, mille kohal „ripub“ satelliit, on vaatlejast (kõvasti) lõuna pool. Nurk meridiaani (põhjasuuna) ning vaatesuuna vahel peab sellisel juhul olema nürinurk (täisnurk vastaks idasuunale).

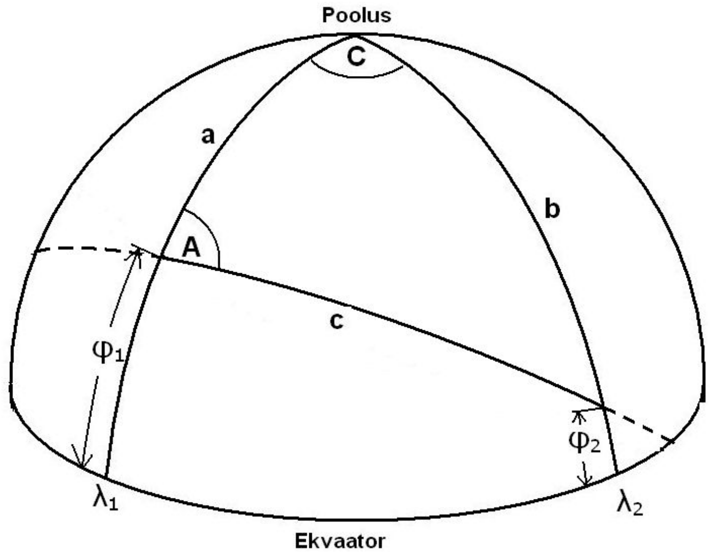
Lihtne küll, aga jama palju. Eksimisvõimalusi samuti. Kas on olemas ligikaudse lahendamise võimalus?

On küll. Võtame ja arvutame kolmnurga, kus satelliit täpselt silmapiiril



Kolmnurk on täisnurkne, rehkendame: cos A = R / (R + h) = 6370 / 42000 = 0,152. A = 81°.
Tallinnale vastas nurk 72°. Vahe on 9°. Mida järeldada? Kas alati nii on?

2. **Linnade vaheline kaugus.** Kolmnurk on siin.



Andmed on ülesande tekstis. Õige vastus on /nende andmetega) 35° ehk 3890 km.

Lahendus vektoritega. Nurkkaugust kahe objekti vahel saab leida lihtsa valemiga juhul, kui on antud nende ristkoordinaadid vaatleja suhtes. See tähendaks, et vaatleja asub koordinaatide alguspunktis.

$$\cos\alpha = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

Astronoomias antakse punkti koordinaadid tihti kauguse (R) ja kahe nurga (siin pikkuskraad λ ja laiuskraad φ) abil. Ka sellisel juhul saab kasutada vektoreid, teisendades antud punktide polaarkoordinaadid ristkoordinaatideks valemitega

$$\begin{aligned} x &= R\cos\lambda\sin\varphi; \qquad -180^\circ \leq \lambda \leq +180^\circ, \quad -90^\circ \leq \varphi \leq +90^\circ \\ y &= R\sin\lambda\sin\varphi \\ z &= R\cos\varphi \end{aligned}$$

ja rakendades ülaltoodud valemit. Eriti hästi töötab vektorsümboolika juhul, kui vaja on hinnata objektide vahelisi tegelikke kaugusi. Kui piisab nurkkaugustest, võib R võtta võrdseks ühega.

Proovige lahendada esimene ülesanne vektorite abil. võrrelge Tallinna Ja Almatõ vahelist kaugust piki sirget (on kohavektorite vahe) ja piki maapinda (kesknurk korrutatud Maa raadiusega).

Kilomeetrine kõrguste vahe kaugust oluliselt ei mõjuta. Me ei arvesta ka vahepealset reljeefi (tee viib üle mägede ja orgude).

Viimaste olümpiaadide ülesanded
Teooriavoor.

Jagame teemadeks:

1. Vaatlustehnika: teleskoobid, kaamerad, nurgamõõtjad.
   Suurendus, lahutusvõime, valgusjõud
2. Maa- ja taevaskera.
   Aeg, koordinaadid, (nurk)kaugused.
3. Taevamehaanika
   Orbiidid, perioodid, kiirused, kaugused, vastastikune asend, faas
4. Heledused ja kaugused
   Tähesuuruste süsteem
   Planeetide, asteroidide, komeetide näiv ja absoluutne heledus
   Tähtede parallaksid, omaliikumised, näiv ja absoluutne tähesuurus.
5. Tähed:
   Heledus, värvus, energiavoog. Järeldused HR-diagrammist. Evolutsioon
6. Galaktikad ja kaugused:
   Tsefeiidid, punanihe, ruumjaotus
7. Kosmoloogia:
   Mudelid, vanus, evolutsioon;
   Olbersi paradoks

Esindatus teooriavoorudes

Teema	2004	2005	2007	2008	2009	2010	Kokku
Vaatlustehnika: teleskoobid, kaamerad	0	0	0	0	1	0	1
Maa- ja taevaskera; aeg, koordinaadid	1	4	3	4	4	3	17
Gravitatsioon, orbiidid, kiirused, faasid	6	4	3	4	4	3	24
Heledused, kaugused, tähesuurused	5	4	0	2	1	2	11
Tähed: H-R diagramm, evolutsioon	0	0	0	1	0	1	2
Galaktikad: kaugused, ruumjaotus	2	0	2	0	0	0	4
Kosmoloogia: mudelid, paradoksid	0	0	0	2	0	0	2

XV olümpiaad, Sudak, 2010.

JS1. Loojumatud tähed. Üldiselt arvatakse, et palja silmaga on kogu taevas näha umbes 6000 tähte. Teame, et refraktsioon horisondil on 35'. Leidke, kui palju palja silmaga nähtavaid tähti lisandub loojumatutele tähtedele refraktsiooni tõttu:

1.1 kui vaatleja asub põhjapoolusel (nagu jääkaru, kes on oma silmad langetanud merepinna kõrgusele),

1.2 kui vaatleja asub ekvaatoril (nagu kaelkirjak, kelle silmad on samuti null-kõrgusel).

Lisage lahendusele pilt poolusel olevast jääkarust ja ekvaatoril vaatlevast kaelkirjakust, märkides juurde vajalikud joon- ja nurgamõõdud.

JS2. Tähevaatlus. Kui tähte vaadeldakse maapinnalt, on tema näiv tähesuurus $m_1 = 2^m{,}74$ juhul, kui ta on seniidis ning $m_2 = 2^m{,}85$ juhul, kui ta asub 45° kõrgusel horisondi kohal. Milline on selle tähe näiv tähesuurus m_0 siis, kui teda vaadeldakse väljaspool atmosfääri (näiteks Maa tehiskaaslaselt)?

J3. Parallaks. Nagu maapealsed astronoomid, kasutavad ka nende kolleegid Merkuuril mõisteid „parallaks“ ja „parsek“, defineerides need analoogiliselt meie omadele. Nii on näiteks Siiriuse kaugus nende ühikutes 1,406 mpc (merkuuriparsekit).

- Kirjeldage nurgamõõtude süsteemi, mida kõige tõenäolisemalt kasutavad Merkuuri astronoomid.
- Arvutage Päikese horisondiline parallaks Merkuurilt vaadatuna ning kirjutage see Merkuuri nurgaühikutes „meau“ (mercurian angular unit).

Märkus: Nagu maaelanikel, on ka merkuurlastel kaks kätt, kuid kummalgi käel on mitte viis, vaid seitse sõrme.

S3. Parallaks. Nagu maapealsed astronoomid, kasutavad ka nende Veenuse kolleegid mõisteid „parallaks“ ja „parsek“, defineerides need analoogiliselt meie omadele. Nii on näiteks Siiriuse kaugus nende ühikutes 19,6 vpc (veenusparsekit).

- Kirjeldage nurgamõõtude süsteemi, mida kõige tõenäolisemalt kasutavad Veenuse astronoomid.
- Arvutage Päikese horisondiline parallaks Veenuselt vaadatuna ning kirjutage see Veenuse nurgaühikutes „vau“ (venusial angular unit).

Märkus: Nagu maaelanikel, on ka veenuslastel kaks kätt, kuid kummalgi käel on mitte viis, vaid seitse sõrme.

J4. Krimmi kliima. Olümpiaadi veebilehel on viide Krimmi kliimale ajavahemikul 1821 kuni 1991, kokku 934 kuu vältel. Selle kohaselt on jaanuarikuu keskmine temperatuur Simferoopolis – 0,4°C ja juulikuu oma +21,1°C. Kujutage nüüd planeeti, mis tiirleb elliptilisel orbiidil ja mille telg on risti tema orbiidi tasandiga. Milline peaks olema selle orbiidi ekstsentrilisus, et Päikese kauguse muutumisest tingitud temperatuurierinevused oleks samasugused.

S4. Valge kääbus. Ühe valge kääbuse absoluutne heledus on 14^m. Maaelanikud ehitasid selle kääbuse juurde planeedi, mille omadused (kaasa arvatud atmosfäär ning kliima) olid täpselt samasugused nagu Maal. Hinnake, milline võiks olla sellise planeedi minimaalne tiirlemisperiood.

S5. Rahvusvaheline Kosmosejaam. Teile antud graafik kirjeldab Rahvusvahelise Kosmosejaama (ISS) orbiidi kõrguse ajalisi muutusi. Hinnake Maa atmosfääri keskmist tihedust kõrgustel 340 kuni 360 kilomeetrit. ISS mass on 500 tonni, tema orbiit lugege ringjoone kujuliseks. Kogu kompleksi (kaasa arvatud päikesepaneelid) ristlõikepindalaks võtke 500 m^2.

J5. Kosmonaut. Kujutlege, et väikesest kosmosejaamast massiga 50 tonni, mis asub kaugel teistest taevakehadest, väljub kosmonaut massiga 100 kg. Kui ta on jaamast 80 meetri kaugusel, märkab ta, et tal pole kütust tagasi pöördumiseks. Hinnake, kui kaua võtab aega tema tagasi jõudmine ainuüksi gravitatsioonilise külgetõmbe mõjul. Kosmonaudi algkiirus lugege nulliks.

XIV olümpiaad, Hangzhou, 2009

JS1. Siirius. On teada, et “koeratäht” Siirius on Hiina taeva kõige heledam täht. Millistes Maa piirkondades on Siirius samuti tegeliku taeva kõige heledam täht? Millised võiks olla nende piirkondade arvulised piirid? Märkus: mõeldakse ikkagi tähti nende ajaloolises mõttes; Päike, planeedid jms. ei tule arvesse.
JS2. Molekulide koguarv. Hinnake Maa atmosfääris olevate molekulide koguarvu.
J3. Silma efektiivsus. Hinnake palja silmaga nähtavate tähtede tähesuuruse teoreetilist ülempiiri. Lähtuge eeldusest, et silma võrkkest salvestab kujutise keskelt läbi 1/7 sekundiga ja et 0 tähesuuruse tähelt jõuab meieni ligikaudu 1010 footonit sekundis ruutmeetri kohta.
S3. Eris. Suurim seniavastatud Neptuuni-tagune kääbusplaneet kannab nime Eris. Praegu on ta oma orbiidi afeeli lähedal, st. Maast peaaegu maksimaalsel kaugusel. Leidke Erise näiv tähesuurus praegu Maalt vaadatuna. Millal saabub Erise järgmine „Suur vastasseis“? Milline on siis tema näiv tähesuurus Maalt vaadatuna?
Orbiidi andmed tabelist: keskmine kaugus Päikesest 78 aü, tiirlemisperiood 204862 päeva, orbiidi ekstsentrilisus 0,434, läbimõõt ekvaatoril 2600 km, mass 0,0167 Maa massi, albeedo 0,86.
JS4. Katastroof. Kujutlegem, et 5. juulil 2084 kaotab Päike ootamatult poole oma praegusest massist. Mis juhtub Maaga? Leidke Maa tiirlemisperiood selle uue Päikese ümber.
J5. Teleskoobi peegel. Teie kasutada on klaasketas paksusega b = 40 mm ja ning te tahate sellest lihvida oma teleskoobile sfäärilise peegli läbimõõduga D = 500 mm. Milline võib olla sellest kettast lihvitud peegli fookusekaugus?

S5. Kaksik-galaktika. Üks kuulsamaid galaktikapaare on IC563/564. IC563 galaktilised koordinaadid on α = 146°,58479, δ = 3°,04558 ning IC564-l α = 146°,58783, δ = 3°,07137. Joonisel 1 on selle objekti 2009. aastal Hiina Rahvusliku Astronoomiaobservatooriumi 2,16 m teleskoobiga R-filtri lainepikkusel tehtud foto, joonisel 2 IC563 keskosa spekter.

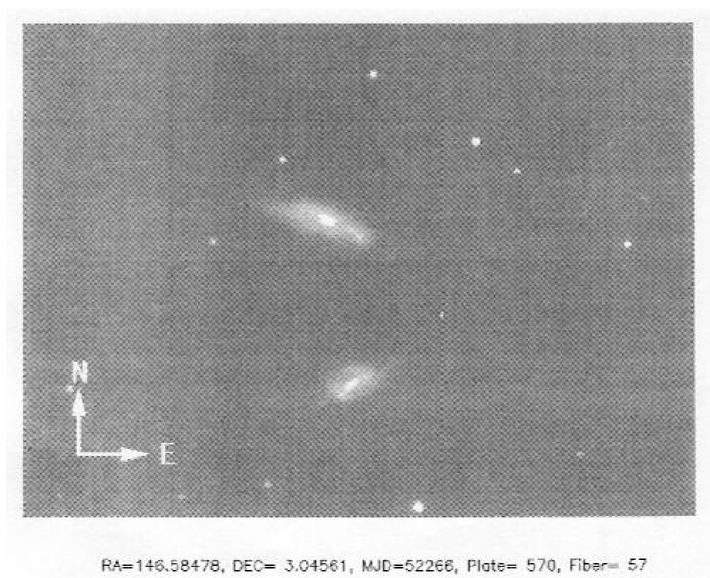
5.1. Vaatlusteks telliti 2009.aastal kaks perioodi, üks neist aprillis, teine septembris. Leidke, millal objekti tegelikult vaadeldi. (Kirjutage inglise keeles kas „Apr“ või „Sept“.)

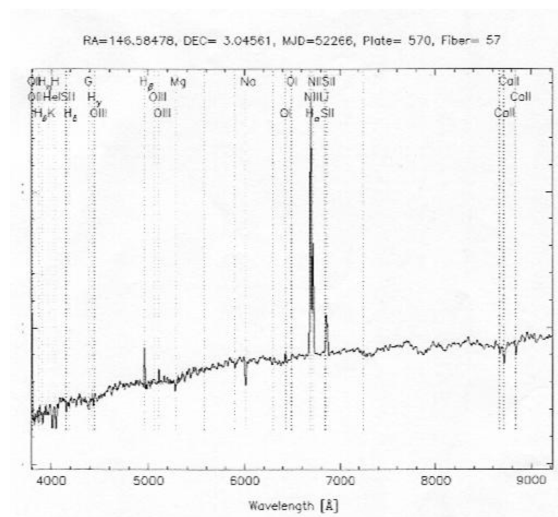
5.2. Märkige joonisel 1 galaktikad IC563 ja IC564.

5.3. Leidke galaktikate punanihe. Eeldame, et punanihked on ühesugused.

5.4. Rahvusobservatooriumi astronoomis kavatsevad teha galaktikapaarist foto läbi H α filtri. Nende kasutada on filtrid, mille parameetrid on antud tabelis. (Läbilaskeriba keskkohe on antud kiirusena) Valige neist vaatlusteks sobivaim.

5.5. Milline on kaksik-galaktika kaugus parsekites? Kui suur on galaktikate vahekaugus (projektsioonis vaatekiirega risti olevale tasandile)?





№ филь-тра / № of filter	макси-мум про-пускания (%) / maximum transmission (%)	пик по крас-ному сме-щению для Hα (км/с) / peak value of redshift for Hα (km/s)
C1	80	0
C2	78	2150
C3	89	3600
C4	78	6720
C5	82	9006
C6	81	11290
C7	87	13570
C8	78	15400
C9	84	18600
C10	84	20890